ادحصاء

1969	TANTA UNIVERSITY FACULTY OF SCIENCE DEPARTMENT OF MATHEMATICS	
	FINAL EXAM FOR SECOND LEVEL (STUDENTS OF STATISTICS)	
	COURSE TITLE: NUMERICAL ANALYSIS	COURSE CODE: MA2220

DATE: 30/5/2015	TERM:SECOND	TOTAL ASSESSMENT MARKS: 150	TIME ALLOWED: 2 HOURS

Answer the following questions:

(I) **(a)**Prove that the associated error of Lagrangian interpolation formula is given by:

$$\frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}\prod_{j=0}^{n}(x-x_j)\ ,\ min\{x',x_0,x_1,\dots,x_n\}<\xi<max\{x',x_0,x_1,\dots,x_n\}.$$ **(15 marks)**

(b) Find an estimation for the error in $y_5(x)$ if Picard's method is applied for the initial value problem:

$$y' = x^2 + y^3, y(-1) = 2 \ \ in\ R = \{(x,y): |x| \le 1, |y| \le 2\ \}.$$ **(20 marks)**

(II) **(a)**Prove that $\nabla \equiv 1-(1+\Delta)^{-1} \equiv -\frac{1}{2}\delta^2 + \delta\sqrt{1+\frac{1}{4}\delta^2}$. **(15 marks)**

(b) Given the following data, compute $f(0.135)$, $f'(0.11)$ and $f''(0.197)$approximately:

x	0.01	0.06	0.11	0.16	0.21	0.26
$f(x)$	0.163	0.197	0.211	0.267	0.289	0.311

(20 marks)

(III) **(a)**Show that

$$f'(x_0) = \frac{1}{h}\left[\Delta f_0 - \frac{1}{2}\Delta^2 f_0 + \frac{1}{3}\Delta^3 f_0 - \cdots\right] + \frac{(-1)^n h^n}{(n+1)} f^{(n+1)}(\xi),\ x_0 < \xi < x_n .$$ **(20 marks)**

(b) Prove that Heun's method is a real modification to Euler's method for solving the initial value problem $y' = f(x,y)$, $y(x_0) = y_0$. Hence, compute the numerical solutions for the following initial value problem:

$$y'' = \frac{x^2}{y'} + y,\ \ y(0) = -1,\ y'(0) = -0.33,\ \ h = 0.01\ .$$ **(20 marks)**

(IV) **(a)**Apply Simpson's rule to compute the following double integration approximately:

$$\int_4^{4.2}\int_6^{6.4} \frac{y}{x^2+y^2}\, dx\, dy\ .$$ **(20 marks)**

(b) Apply the Gaussian elimination method to solve the following linear system:

$$x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 3\ ,\ \ 2x_1 + x_3 + x_4 = 1\ , -x_2 + 4x_3 + x_4 = 6\ , x_2 + x_3 - 5x_4 = 16\ \ .$$

(20 marks)

EXAMINERS	PROF. DR. A. R. M. EL-NAMOURY	DR. A. A. HEMEDA

With our best wishes

TANTA UNIVERSITY
FACULTY OF SCIENCE
DEPARTMENT OF MATHEMATICS

EXAMINATION FOR SOPHOMORES (SECOND YEAR) STUDENTS OF STATISTICS

COURSE TITLE: MATHEMATICAL STATISTICS		COURSE CODE: ST2208	
DATE: JUNE, 2015	TERM: SECOND	TOTAL ASSESSMENT MARKS: 150	TIME ALLOWED: 2 HOURS

أجب عن الأسئلة الآتية :

١- (أ) ليكن X متغيرا عشوائيا، الدالة المميزة له معطاه بالعلاقة: $\varphi(t) = e^{-|t|}$, $t \in R$

فاوجد دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير X . (١٥ درجة)

(ب) عرف ما يلي :

معامل التفرطح - الحدثان المستقلان – الاحتمال الشرطي– المتغير العشوائي المتصل- الحدثان المتنافيان. (١٥ درجة)

(ج) ثلاث آلات A_1, A_2, A_3 تنتج $50\%, 20\%, 30\%$ على الترتيب من الانتاج الكلى لمصنع ما، فاذا كانت نسبة الوحدات المعيبة من انتاج هذه الآلات هى $4\%, 3\%, 2\%$ على الترتيب .أختيرت وحدة عشوائيا، أوجد احتمال أن هذه الوحدة معيبة واذا كانت معيبة فما هو احتمال أنها انتجت بواسطة الآلة A_1 ؟ (٢٠ درجة)

****

٢- (أ) إذا كان X متغيرا عشوائيا فاثبت أن $p(\mu - t\sigma < X < \mu + t\sigma) \geq 1 - \frac{1}{t^2}$ حيث t عددا أكبر من أو يساوي الواحد.

(٢٠ درجة)

(ب) ألقيت عملة معدنية وزهرة نرد مرة واحدة أوجد احتمال الحصول على كتابة من العملة ورقم فردى من الزهرة . (١٠ درجات)

(ج) عند رمى عملة معدنية ثلاث مرات متتالية فاوجد الاحتمالات الاتية :

(١) الحصول على صورة واحدة على الأقل . (٢) الحصول على أوجه متشابهة . (٢٠ درجة)

****

٣- (أ) إذا كان X متغيرا عشوائيا يتبع التوزيع الاسي ببراميتر λ فاوجد الدالة المولدة للعزوم للمتغير العشوائي X و منها أوجد التوقع و التباين ومعامل الالتواء . (٢٠ درجة)

(ب) إذا كان X متغيرا عشوائيا دالة كثافة احتماله هي

$$f(x) = c(1 - \cos x), \quad 0 \leq x \leq 2\pi.$$

أوجد قيمة الثابت c ثم أوجد الوسيط و المنوال و المتوسط الحسابي . (٢٠ درجة)

(ج) إذا كان X متغيرا عشوائيا يتبع توزيع برنولي فاوجد الدالة المميزة للمتغير $Y = 3X + 2$ و منها اوجد $E(Y)$, $V(Y)$.

(١٠ درجات)

EXAMINERS	DR. HALA ALI FERGANY	DR. HANAN HAMDY

TANTA UNIVERSITY
FACULTY OF SCIENCE
DEPARTMENT OF MATHEMATICS

EXAMINATION FOR SOPHOMORES (SECOND YEAR) STUDENTS OF STATISTICS

COURSE TITLE: MATHEMATICAL STATISTICS		COURSE CODE: ST2208	
DATE: JUNE, 2015	TERM: SECOND	TOTAL ASSESSMENT MARKS: 150	TIME ALLOWED: 2 HOURS

أجب عن الأسئلة الآتية :

١- (أ) ليكن X متغيرا عشوائيا، الدالة المميزة له معطاه بالعلاقة: $t \in R \quad , \quad \varphi(t) = e^{-|t|}$

فاوجد دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير X . (١٥ درجة)

(ب) عرف ما يلي :

معامل التفرطح - الحدثان المستقلان – الاحتمال الشرطي– المتغير العشوائي المتصل- الحدثان المتنافيان. (١٥ درجة)

(ج) ثلاث آلات A_1, A_2, A_3 تنتج $50\%, 20\%, 30\%$ على الترتيب من الانتاج الكلى لمصنع ما، فاذا كانت نسبة الوحدات المعيبة من انتاج هذه الآلات هى $4\%, 3\%, 2\%$ على الترتيب .أختيرت وحدة عشوائيا، أوجد احتمال أن هذه الوحدة معيبة واذا كانت معيبة فما هو احتمال أنها انتجت بواسطة الآلة A_1 ؟ (٢٠ درجة)

****

٢- (أ) إذا كان X متغيرا عشوائيا فاثبت أن $p(\mu - t\sigma < X < \mu + t\sigma) \ge 1 - \frac{1}{t^2}$ حيث t عددا أكبر من أو يساوي الواحد.

(٢٠ درجة)

(ب) ألقيت عملة معدنية وزهرة نرد مرة واحدة أوجد احتمال الحصول على كتابة من العملة ورقم فردى من الزهرة . (١٠ درجات)

(ج) عند رمى عملة معدنية ثلاث مرات متتالية فاوجد الاحتمالات الاتية :

(١) الحصول على صورة واحدة على الأقل . (٢) الحصول على أوجه متشابهة . (٢٠ درجة)

****

٣- (أ) إذا كان X متغيرا عشوائيا يتبع التوزيع الاسي ببراميتر λ فاوجد الدالة المولدة للعزوم للمتغير العشوائي X و منها أوجد التوقع و التباين ومعامل الالتواء . (٢٠ درجة)

(ب) إذا كان X متغيرا عشوائيا دالة كثافة احتماله هي

$$f(x) = c(1 - \cos x) \ , \quad 0 \le x \le 2\pi .$$

أوجد قيمة الثابت c ثم أوجد الوسيط و المنوال و المتوسط الحسابي . (٢٠ درجة)

(ج) إذا كان X متغيرا عشوائيا يتبع توزيع برنولي فاوجد الدالة المميزة للمتغير $Y = 3X + 2$ و منها اوجد $E(Y) \, , \, V(Y)$.

(١٠ درجات)

EXAMINERS	DR. HALA ALI FERGANY	DR. HANAN HAMDY

رياضيات / احصاء

TANTA UNIVERSITY
FACULTY OF SCIENCE
DEPARTMENT OF MATHEMAICS
EXAMINATION FOR SOPHOMORES STUDENTS (2 YEAR) STUDENTS OF STATISTICS

COURSE TITLE: STATISTICAL INFERENCE (1)	COURSE CODE: ST2206

DATE: JUNE 2015	TERM: 2	TOTAL ASSESSMENT MARKS:150	TIME ALLOWED: 2 HOURS

Answer the following questions:

1- A population consists of three numbers 8, 12, 16 consider all possible samples of size two which can be drawn without replacement from this population .

Show that $E(\overline{X}) = \mu$, $\mathrm{Var}(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{n}(\frac{N-n}{N-1})$ and $E(s^2) = \sigma^2(\frac{N}{N-1})$ (35 points)

2- Suppose we are given the following values with unknown $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

Sample 1	$n_1 = 22$	$\bar{x}_1 = 7$	$s_1 = 1.4$
Sample 2	$n_2 = 18$	$\bar{x}_2 = 9$	$s_2 = 1.2$

(a) Test $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ vs $H_a : \mu_1 - \mu_2 \succ 0$, at $\alpha = 0.01$ (20 points)

(b) Find 98% CI of $\mu_1 - \mu_2$. (Hint: Table value = 2.457) (15 points)

3- (a) Let $\underline{X} = (X_1, X_2, ..., X_n)$ be an i.i.d. random sample from exponential population with parameter λ.

Find the value of C such that $\frac{C}{\overline{X}}$ is unbiased estimator of λ. (15 points)

(b) Let $\underline{X} = (X_1, X_2, ..., X_n)$ be an i.i.d. random sample from $N(0, \theta)$. Demonstrate that

$T = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{n}$ is MVUE of θ. (20 points)

4- (a) Let $\underline{X} = (X_1, X_2, ..., X_n)$ be an i.i.d. random sample from Poisson distribution with parameter θ.

Demonstrate that $T = \sum_{i=1}^{n} X_i$ is sufficient estimator of θ. (15 points)

(b) Let $\hat{\theta}$ is an estimator of θ. Demonstrate that $MSE = Var(\hat{\theta}) + B^2$, where $B = E(\hat{\theta}) - \theta$.

(15 points)

(c) Let $\underline{X} = (X_1, X_2, ..., X_n)$ be an i.i.d. random sample from Bernoulli distribution with parameter θ.
Find the MLE of θ.

(15 points)

EXAMINERS	DR./ MEDHAT EL-DAMSISY	DR/ HANAN SEF-ELNASR

٤

1969

TANTA UNIVERSITY
FACULTY OF SCIENCE
DEPARTMENT OF MATHEMATICS
EXAMINATION FOR PROSPECTIVE STUDENTS (2^{ND} YEAR) STUDENTS OF MATHEMATICAL STATISTICS

COURSE TITLE: STOCHASTIC PROCESSES			COURSE CODE: ST2202	
DATE: 23-5-2015	JUNE, 2015	TERM: 2^{ND}	TOTAL ASSESSMENT MARKS: 150	TIME ALLOWED: 2 HOURS

Answer the following questions:

(I) (a) Define: Wide-sense stationary process, Bernoulli process, Binomial process, Markov chain, Poisson process. **(20 marks)**

(b) Consider a random process $X(t)$ defined by

$$X(t) = U\cos\omega t + V\sin\omega t, \qquad -\infty < t < \infty.$$

where ω is constant and U and V are r.v.'s.

(i) Show that the condition $E(U) = E(V) = 0$ is necessary for $X(t)$ to be stationary.

(ii) Show that $X(t)$ is WSS if and only if U and V are uncorrelated with equal variance; that is, $E(UV) = 0$ and $E(U^2) = E(V^2) = \sigma^2$. **(30 marks)**

(II) (a) Prove that, if the process $\{M_k; k = 0,1,2,...\}$ is a simple random walk process then $\frac{1}{\sqrt{k}}M_k$ has a standard normal distribution as $k \to \infty$. **(25 marks)**

(b) The transition probability matrix of a Markov chain $\{X_n\}$ three states 1,2 and 3 is,

$$P = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.5 & 0.4 \\ 0.6 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \end{bmatrix}$$

(25 marks)

and the initial distribution is $P^{(0)} = (0.3, 0.3, 0.4)$. Find

(i) Communicating classes. **(ii)** Closed-absorbing states.

(iii) $P\{X_2 = 3\}$. **(iv)** $P\{X_3 = 2, X_2 = 3, X_1 = 3, X_0 = 2\}$.

(III) (a) Are the following statements true or false? Verify your answer **(25 marks)**

(i) If $X(t)$ is a wide sense stationary process with $\mu_X = 0$ and autocorrelation $R_X(\tau)$ then $Y(t) = 2 + X(t)$ is also a wide sense stationary process.

(ii) The process with independent increments is a Markov processes.

(iii) Poisson process is a wide sense stationary process.

(b) The count of students dropping in the Statistics course is known to be a Poisson process with rate λ drops per day. Starting with day 0 (i.e., the first day of the semester) suppose that n denote the number of students that have dropped after t days. Find $P_n(t)$? **(25 marks)**

EXAMINERS	DR./ HALA ALI FERGANY	
	DR./ MOHAMED ABD ALLAH EL-HADIDY	

With best wishes